[redacted]

Шифр: 9-01

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
Математика
2019/2020
Ленинградская область

Район Киришский

Школа МОУ „Киришский лицей"

Класс 9 „Б"

ФИО Павлов Дмитрий Юрьевич

9-01

1	2	3	4	5	Σ
7	7	7	0	0	21

№9.1

Ответ: может.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ~~8~~ 4, 4, 9, 10 } делим 8 на 4 и 4

соединяем 1 и 4 (1+4=5)

5, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 4, 9, 10

делим 2 на 1 и 1 (2 → 1, 1)

5, 1, 1, 3, 4, 5, 6, 7, 4, 9, 10

~~соед~~ 1+4=5

5, 5, 1, 3, 5, 6, 7, 4, 9, 10

6 → 4, 2

5, 5, 1, 3, 5, 4, 2, 7, 4, 9, 10

1+4=5

5, 5, 5, 3, 5, 2, 7, 4, 9, 10

7 → 5, 2

5, 5, 5, 3, 5, 2, 5, 2, 4, 9, 10

3+2=5

5, 5, 5, 5, 5, 5, 2, 4, 9, 10

2 → 1, 1

5, 5, 5, 5, 5, 5, 1, 1, 4, 9, 10

1+4=5

5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 1, 9, 10

9 → 4, 5

5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 1, 4, 5, 10

1+4=5

5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 10

10 → 5, 5

5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5

11 куч по 5 конфет.

№9.3

Ответ: выигрышную стратегию имеет Коля.

Решение:

Покрасим доску в шахматную раскраску. ~~В~~ Есть 32 белые и 32 черные клетки
Дима за ход покрывает только 1 белую и 1 черную клетку
Тогда чтобы выиграть Коля должен ставить крестики на клетки 1 цвета (например на черные)
После каждого хода Коли незаполненых черных клеток будет оставаться четное число, т.к. ~~он~~ его ходы четные, и каждый игрок закрывает 1 черную кл.

N 9.3 (продолжение)

Значит и ~~последнюю~~ черную ~~клетку~~ закроет ~~закрыто~~ Коля. Останутся одни белые, а соседних белых клеток нет~~было~~, значит Дима не сможет положить доминошку.

N 9.2

Пусть 3 соседних числа имеют такой вид $x-10, x, x+10$ (разность может быть больше 10, но тогда Σ квадратов будет больше и максимальный x может быть меньше)

Получим, что:

$(x-10)^2+x^2+(x+10)^2 \leq 3\cdot10^6$

$3x^2+200 \leq 3\cdot10^6$ $\quad x \in \mathbb{Z}$

$-999 \leq x \leq 999$ (при ~~x=1000~~ $x=\pm1000$ $3x^2+200=3\cdot10^6+200 \geq 3\cdot10^6$)

Пусть наши числа $a_1, a_2, \ldots, a_{n-1}, a_n$

Тогда $a_2 \geq -999$; $a_{n-1} \leq 999$

Пример такого ряда чисел:

$-1009, -999, \ldots, -9, 1, \ldots, 991, 1001$

В этом ряду $n=202$

Док-ем, что это наибольшее n

Пусть можно 203, тогда между между a_2 и a_{202} будет 200 промежутков минимум по 10, ~~значит~~ тогда

$a_{202}-a_2 \geq 2000$

$a_{n-1}-a_2 \geq 2000$, а т.к. $a_2 \geq -999$; $a_{n-1} \leq 999$, то

$a_{n-1}-a_2 \leq 1998$, противоречие $\Rightarrow$ наибольшее $n=202$

Ответ $n_{наиб}=202$.

Шифр: 2-9-20

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
по математике
2019/2020
Ленинградская область

Район Киришский

Школа МОУ „Киришский лицей"

Класс 9

ФИО Павлов Дмитрий Юрьевич

2-9-20

6	7	8	9	10	Σ
6	7	0	0	0	13

N 9.7

Пусть изначально зеленых хамелеонов x.
Зеленые не могут сказать число меньше x, т. к. их всегда хотя бы x, и это будет ложь.
Тогда коричневые дали $2019-x$ ответов.
т. к. ответов зеленых x, то ответов коричневых хотя бы $x-1$

$2019-x \geq x-1$

$x \leq 1010$

Пример на 1010

хамелеон	зел.	кор.	зел.	кор	. .	кор	зел
ответ	1010	1	1011	2	. . .	1009	2019

Пусть можно $x=1011$ ~~1011~~, тогда ~~зел~~ 1011 зеленых дали ответ от 1011 до 2019, а ~~их~~ натуральных чисел на этом отрезке 1009, значит некоторые дали одинаковые ответы. ~~Противо~~ Это не возможно, т. к. 2019 хамелеонов ~~дали~~ сказали ~~все~~ все числа от 1 до 2019, значит каждое число сказали 1 раз. ⇒ наибольшее $x=1010$

Ответ: 1010 зеленых хамелеонов

N 9.6

Пусть скорость Пети v, Миши $1{,}05v$, ~~расст~~ длина дорожки 105S, ~~время~~ $\frac{S}{v}=t$
Пусть ~~Петя~~ Миша пробежит половину круга и повернет обратно. За это время Петя пробежит расстояние 50S

встреча 3

встреча 2

N 9.6 (продолжение)

2-9-20

1) Встреча 1 произойдет, когда Петя пробежит $50S+\frac{250S}{205v}\cdot v=$
$=50S+\frac{50S}{41}=\frac{50\cdot 42S}{41}=\frac{2100S}{41}$ от старта

~~Миша вернется на старт, через $\frac{2100}{431}t$ после встрече~~

встреча 1

2) Встреча 2 произойдеа через
$\frac{105}{2{,}05}t=\cancel{\frac{2100}{41}}t=\frac{10500}{205}t=\frac{2100}{41}t$

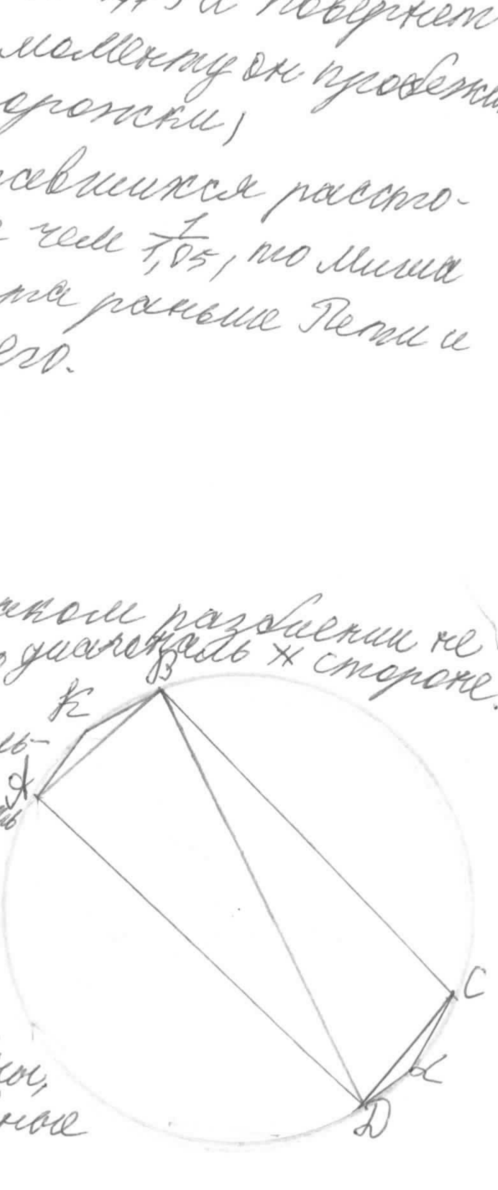
К этому времени Петя пробежит
$\frac{2100}{41}S+\frac{2100}{41}tv=\frac{4200}{41}S=102\frac{18}{41}S$

3) После встречи 2 Миша пробежит меньше 2% от $105S-102\frac{18}{41}S=2\frac{23}{41}S$ и повернет обратно (к этому моменту он пробежит больше половины дорожки)
Т.к. отношение оставшихся расстояний будет меньше чем $\frac{1}{1{,}05}$, то Миша добежит до старта раньше Пети и значит обгонит его.

N 9.9

Ответ: не может.

1) Докажем что диагонали при таком разбиении не могут быть параллельными, и что диагональ ∦ стороне.
Пусть $AD \parallel BC$ (правильный многоугольник можно вписать в окружность)



Тогда $\angle ADB=\angle CBD$ и это вписанные углы, значит $\smile AB=\smile DC$
Т.к. правильный многоугольник вписанный и все его стороны равны, то все его стороны стягивают равные дуги.

№9.9 (продолжение)

Значит если между вершинами A и B есть x вершин и x+1 сторона, то ◡AB делится на x+1 равную дугу. И ~~дуг~~ ◡CD ~~т~~ = ◡AB, тоже должна быть разделена на x+1 равную дугу и между ~~B~~ C и D должно лежать x вершин.

Значит в такой отрезаной фигуре 2x+4 вершин, а это четное число. Противоречие AD ∦ BC ч.т.д.

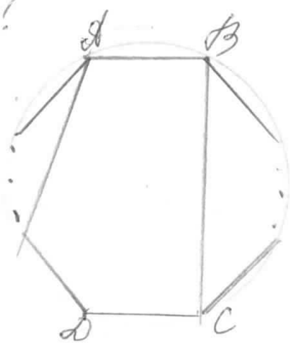
② Докажем, что правильный многоугольник с нечетным числом вершин нельзя разрезать диагоналями, чтобы ~~бо~~ был „хороший" многоугольник с нечетным кол-вом сторон.

~~В правиль~~ В таком правильном многоугольнике 2 стороны не могут быть параллельны (доказывается аналогично пункту ①). При ~~этом~~ диагонали в нем при нашем разбиении (В КАКОМ НАШЕМ) не параллельны и диагональ не параллельна стороне. Значит правильный многоугольник с нечетным числом вершин ~~раз~~ так разрезать нельзя ч.т.д.

③ Докажем, что правильный многоугольник с четным числом вершин так разрезать нельзя.

~~В нем~~ Пусть в нем 2k вершин, тогда есть k пар ∥ сторон. (Если 2 ∥ стороны будут входить в 1 n-угольник при разрезании, то оставшиеся части нельзя разрезать на n-угольники с таким же числом вершин. AB ∥ CD Почему?

~~Или B и C, или A и D~~



B и C принадлежат n-угольники с четным и A и D – с нечетным (или наоборот)